ANEXO XI

As falácias de Euler sobre os assuntos da divisibilidade infinita e das mônadas de Leibniz

Leonhard Euler (1707-83), renomado matemático e astrônomo suíço, estudou matemática por 11 anos com Jean Bernoulli. Bernoulli tinha colaborado em vários problemas de matemática e física com Gottfried Wilhelm Leibniz, o filósofo, estadista e gênio universal alemão que inventou o cálculo infinitesimal. Mas, em suas Cartas a uma Princesa Alemã, *de 1761, Euler ataca os seguidores de Leibniz, que morrera 45 anos antes, de uma forma que revela a sua própria falta de entendimento das noções de Leibniz sobre espaço, tempo e substância.*

Euler foi um adversário da aplicação do método reducionista newtoniano na física matemática. Em uma tentativa de refutar o expurgo das grandes descobertas de Kepler, Euler tentou mostrar que a teoria de Newton não dava conta adequadamente das perturbações da Lua. Embora Euler estivesse filosoficamente absolutamente correto em sua crítica do barbarismo axiomático de Newton, isto não pôde ser demonstrado para o caso da órbita lunar.

Lyndon LaRouche, em um ensaio de três partes ditado por telefone da prisão, na terceira semana de janeiro de 1990, demonstra as falácias do raciocínio de Euler e revive a posição da Monadologia *de Leibniz. Em seguida à crítica de LaRouche, publicamos duas das cartas de Euler, que apresentam a essência de seu argumento.*

Uma crítica de Lyndon LaRouche

Nota do Autor: o material de Euler foi trazido à minha atenção por Larry Hecht.

Deixem-me tratar, primeiramente, do argumento central por meio do qual Euler introduz o assunto. (Depois tratarei da segunda parte de seu argumento, que é mais específico, sobre o assunto das mônadas.)

Euler, obviamente, começa com uma proposição muito simples, chega a uma conclusão, então passsa para as mônadas e baseia toda a discussão que se segue em uma certa falácia. Agora tratarei sumariamente desta falácia, especificamente, porque é muito interessante proceder assim, além de útil.

Ele argumenta de modo simples sobre a divisibilidade infinita e não preciso reproduzir o seu argumento, pois ele é suficientemente claro. Simplesmente, ao afirmar a divisibilidade infinita, ele se depara com um problema que ignora, um problema que foi implicitamente reconhecido já por Leonardo da Vinci, com respeito à física enquanto física.

Durante toda a discussão do assunto, tem-se colocado a questão: se dividirmos todas as observações em três categorias, podemos atribuir as mesmas propriedades sensoriais dos fenômenos a todas as três categorias da mesma maneira, sem alguma qualificação ao passar de uma para outra?

As três categorias são as seguintes:

A primeira é o nível da simples observação visual, simples observação sensorial, um espaço-tempo físico como aparece aos nossos sentidos por virtude das limitações dos mesmos sentidos. O segundo é a astrofísica, a macro-escala, que é acessível aos nossos sentidos, mas envolve coisas que estão muito além da imediatez dos nossos sentidos. O terceiro, naturalmente, é a microfísica, aquilo que é tão pequeno que está além da capacidade de observação direta por meio dos sentidos.

Bem, desde os tempos antigos até Riemann, aqueles que partilham da minha convicção têm insistido que quando chegamos aos extremos da astrofísica e da microfísica, não podemos mais fazer as projeções simples que poderiam ser sugeridas pela observação, ou pela observação com sucesso, dentro do domínio do visível e fenômenos semelhantes naquela escala.

Isso desperta uma terceira questão: qual é a natureza da fronteira que separa os extremos, isto é, o grande da astrofísica e o muito pequeno da microfísica, da escala ordinária de observação?

Penso que, geralmente, aceitamos a noção, nós que meditamos sobre o assunto, de que falamos sobre a microfísica como aquilo que está na vizinhança de uma tal fronteira, do muito pequeno. Pode-se dizer que um angstrom, ou dois ou três angstrons poderiam ser ou não ser aquela fronteira, mas que quando se desce a tais tipos de unidades de medida, chega-se a uma área problemática, com relação às projeções simples das regras ordinárias de observação e fenômenos visíveis. Semelhantemente, quando lidamos com assuntos em uma macro-escala ou em uma escala astrofísica, por vários motivos tendo a ver em boa medida com o tempo e assim por diante, não podemos mais confiar nas regras simples de observação dos fenômenos relacionados com a visão. Assim, não estamos preocupados, em geral, quando falamos de astrofísica ou microfísica, de saber, ao menos para fins preliminares, a fronteira exata que separa as classes de fenômenos. Mas dizemos "quando chegamos na vizinhança de uma certa área, de uma certa escala, temos de ficar alertas para as mudanças repentinas e abruptas que nos atingem".

Diríamos que a fronteira, naturalmente, do ponto de vista da física, não é um muro, mas uma singularidade. Um exemplo disso será satisfatório, pois isto já foi tratado por Leonardo da Vinci com respeito ao som, por exemplo, e à luz. Quando projetamos um corpo impulsionado até uma velocidade supersônica, certas mudanças ocorrem no domínio dos fenômenos transsônicos, associadas a fenômenos que não são de forma alguma evidentes na escala de observação de eventos em velocidades mais baixas. Assim, a velocidade do som é uma singularidade. Uma área transsônica é uma singularidade, pois não podemos generalizar o que parece ser uma interpretação adequada de fenômenos a velocidades menores, à medida que passamos para velocidades maiores transsônicas.

É isto o que queremos dizer, geralmente, quando dizemos que há uma mudança nas regras de observação do espaço-tempo físico quando encontramos uma condição limítrofe na forma de uma singularidade, enquanto continuamos a nos aventurar na escala do cada vez menor e na do cada vez maior.

O modo pelo qual, geralmente, trataríamos disto, particularmente no presente século, é com respeito ao fator limitante da velocidade da luz. Na medida em que nos aproximamos da velocidade da luz, falamos de uma área limítrofe, que chamamos de condições relativísticas. Em geral, isto é aplicado à escala da astrofísica. Contudo, mentes engenhosas, prontamente, tentarão refletir o que é verdadeiro para a astrofísica, ainda que como hipótese, de volta para a microfísica. Isto é, a tendência comum na física matemática é tratar o infinitesimal como o inverso do infinito. Portanto, se a velocidade da luz é uma condição limítrofe em uma escala, devemos esperar que haja uma condição limítrofe complementar, ou seja, uma singularidade, na escala microfísica. Esta é, em essência, a maneira pela qual isto deveria ser tratado.

O que isto significaria, naturalmente, é que não existe divisibilidade infinita, no sentido que acabei de dar. Isto é, não estamos falando de uma impossibilidade de algum tipo de divisibilidade na escala microfísica abaixo da escala dessa fronteira, a singularidade, mas referimo-nos à singularidade enquanto tal.

Todo esse assunto, em ambos os exemplos, está associado com a questão da própria definição do espaço-tempo em si. O espaço-tempo físico, com relação à causa e efeito físicos, é ou não é uma questão de simples extensão linear?

A astrofísica de Kepler diz que ele não é uma questão de simples extensão linear: que as órbitas planetárias disponíveis não somente são limitadas em número, no sentido de serem enumeráveis, mas que esta enumerabilidade é definida por um princípio muito definido e inteligível, um princípio susceptível de representação inteligível, que é a ordenação harmônica; e que nos valores que se situam entre tais valores harmonicamente ordenados e enumeráveis, não se encontram estados de uma natureza similar, ou no mínimo precisamente semelhante.

Bem, isto introduz um tipo de discretude no espaço-tempo físico de per si. Esta discretude física é o primeiro aspecto de uma mônada na micro-escala.

Deixem-me pular um pouco e ir direto para outra consideração relativa tanto à astrofísica quanto à microfísica. E as grandes mônadas? As mônadas muito grandes pertencem, não necessária e imediatamente à escala microfísica, mas à escala astrofísica. Ahá! Certo? Agora vem uma segunda consideração.

Isto remete para o que tratei sob o título de Paradoxo de Parmênides: a relação imediata entre o infinitesimal e o infinito, digamos no caso de um ser humano. Neste caso, vê-se que isto leva ao segundo ponto sobre a mônada.

Nós, em certo sentido, somos um infinitésimo na escala da astrofísica. Nossa mortalidade nos faz sentir isto ainda mais. Contudo, podemos afetar o Universo como um todo, pelo menos implicitamente. Fazemos isto por meio de um agente; este agente é a razão criadora.

Nós somos capazes de descobrir, menos imperfeitamente, as leis do Universo e faze-lo pela razão criadora. Ao ativar e agir sobre estas descobertas por meio do agente da razão criadora, isto é, agindo sobre elas por meio da razão criadora, bem como as descobrindo por este meio, somos capazes de influenciar o curso do comportamento da sociedade como um todo e esta é capaz de agir sobre o Universo, em uma escala implícita cada vez maior de causa e efeito. Por meio deste agente, em termos de descoberta de princípios universais, menos imperfeitamente, e pela descoberta de meios mais poderosos e eficientes de agir sobre o Universo largamente por este meios, mostramos que o indivíduo humano, essa criatura efêmera mortal, nós, os indivíduos, na verdade, temos uma relação implicitamente direta com o Universo globalmente.

Da mesma maneira, chegamos ao segundo princípio. Não apenas é a assim chamada mônada algo definido com relação à escala, mas ela é definida com relação a um princípio ativo. Aqui, chegamos, então, ao ponto crucial, tratado por Leonardo da Vinci e explicitamente por Kepler no pequeno ensaio denominado *Sobre o floco de neve de seis pontas*.

Na macro-escala ordinária de observação, parece-nos haver duas ordens harmônicas: uma, característica dos processos vivos e a outra, característica dos nâo-vivos, como Kepler trata a matéria no *Floco de neve*. Assim, o Universo se bifurca, ou encontramos algum reflexo desta questão na escala microfísica e macrofísica, ou astrofísica, que remova o aparente paradoxo ou que torne compreensível a anomalia aparente da divisão do espaço-tempo visível e dos fenômenos físicos de observação nestas duas partes, as vivas e não-vivas?

Achamos que é justamente assim. Achamos implicitamente necessário, por exemplo, que as mônadas, na escala do pequeno, na escala da microfísica, sejam implicitamente neguentrópicas, em lugar de entrópicas. Isto é, como a neguentropia, como um fenômeno, é característica dos processo vivos e a entropia dos não-vivos, somos, então, forçados a achar que o aspecto mais simples do não-vivo, a simples mônada física, seja implicitamente neguentrópica - isto é, capaz de mostrar neguentropia ou entropia, mas sendo primariamente neguentrópica. Isto implica novamente na nossa relação com o Universo como um todo por meio da razão criadora, isto é, a nossa relação individual com o Universo como um todo como razão criadora.

Isso remete ao ensaio do *Parmênides*, à pequena e bela ironia que é o centro daquela composição artística, com justiça assim denominada. Em meio a todas as antinomias, o conjunto de antinomias elaboradas e quase dedutivas, Platão insere um toque de ironia: que, afinal de contas, o problema aqui seja que a transição entre essas qualidades que parecem paradoxais é definida pela transformação, e se introduzirmos, implicitamente - Platão diz, não explícita mas implicitamente

- se introduzirmos a transformação como tendo a realidade ontológica primária, então neste caso o mistério das antinomias se dissolve e desvanece.

O problema aqui é que, quando dizemos que essa divisibilidade do espaço-tempo físico em seu aspecto linear é elementar, topamos exatamente com o problema criado por Euler. Assim, supondo que a simples extensão, neste sentido, é a propriedade da matéria, criamos todas as quimeras que assombram o sonho de Euler neste caso.

Ao reconhecermos as implicações da velocidade da luz como uma singularidade da escala astrofísica e que a velocidade da luz se reflete em termos de uma singularidade na escala microfísica, percebemos, então, onde está a falácia do argumento de Euler com relação à geometria física. Se reconhecermos que a conexão entre o micro e o macro, os máximos e os mínimos, é expressa pela transformação, onde a transformação é a qualidade generalizada da neguentropia, como exemplificado pela razão criadora - como penso ter definido adequadamente, pelo menos em um grau preliminar, em *Em defesa do senso comum* e em outros trabalhos anteriores - então, o problema desaparece.

Assim, o problema de Euler está na sua definição de extensão e no uso de uma definição linear de extensão. Em princípio, Euler exclui, portanto, o domínio das astrofísica e da microfísica da realidade física. Aí foi que Leibniz *não* errou e onde Euler, pelo menos neste caso, o fez. Esta é a minha observação preliminar.

Uma coisa a acrescentar, como uma nota de rodapé: a microfísica e a astrofísica não existem de uma forma simplesmente independente do Universo da escala de observação simples, mas há um ponto da escala em que, na vizinhança de qualquer condição de contorno definida, devemos *mudar*. Temos de reconhecer que não podemos mais confiar simplesmente nos métodos mais elementares de observação, mas precisamos mudar a nossa visão para acomodar o fato de que estamos nos aproximando de uma singularidade. Assim, na prática e de fato, à medida que adentramos o muito pequeno, a divisibilidade no sentido ordinário *desaparece*, assim como quando adentramos a escala astronômica, onde as considerações relativísticas nos advertem, ou nos deveriam advertir, de que estamos nos aproximando de uma condição de contorno a este respeito.

Assim, à medida que chegamos a certas áreas de escala na prática, não confiamos mais na divisibilidade infinita. O que poderia ser exatamente essa fronteira, digamos do ponto de vista do século XVIII, pode ser que não saibamos. Mas precisamos saber que ela existe, como Leibniz reconheceu. Precisamos também reconhecer, como Leibniz o fez e Euler *não*, que há uma mudança qualitativa nas implicações imediatas dos fenômenos da existência, à medida que entramos na escala microfísica, isto é, que a que parece ser de processos não-vivos entrópicos, na escala das simples observações, não pode mais ser tratada como simplesmente entrópica, mas como uma existência neguentrópica susceptível de gerar espaços de fase ostensivamente entrópicos.

Euler não só está errado - e é importante considerá-lo errado, devido ao fato de que ele tem o seu lado útil - mas penso que ele cometeu o que poderíamos chamar de um erro *forte*, que carrega um grande valor pedagógico.

Carta 12, Sobre o assunto das mônadas

Refiro-me ao conteúdo, em parte, da Carta 12, entre as de Euler sobre o assunto das mônadas.

Euler introduz uma argumento falacioso de algum significado, um argumento cujo fundamento é uma leitura simplista da *Monadologia* por alguns críticos do trabalho de Leibniz. Ele concerne à magnitude das mônadas. São maiores ou menores? Já que não podem ser maiores ou menores pelo método que Euler imputa, então a coisa toda é absurda. Ele também, com isto, diz que com relação à magnitude, elas são nadas absolutos.

É interessante observar essa argumentação do ponto de vista do método que associamos com o trabalho anterior sobre integração de Roberval, os relatos de L'Hôpital e assim por diante: a visão primitiva dos infinitesimais, como Roberval *et al.* os definem, é o resultado da visão reducionista convencional, ou quase-reducionista, que prevalece hoje na matemática e na física matemática [1]. Entretanto, não é o ponto de vista da *Monadologia.*

Por exemplo, a simples demonstração da falácia de Euler, do ponto de vista da geometria, que podemos imputar a Euler, é que ele é facilmente demonstrado, começando sem mais do que a ação circular da geometria construtiva e, portanto, da ação circular multiplamente conectada, pela qual geramos descontinuidades ou singularidades *a partir da continuidade.* Estas singularidades pertencem à natureza das mônadas, pelo menos com relação à questão da magnitude.

Bem, as singularidades não são geradas pela divisão. Elas não são geradas de acordo com o princípio de extensão que Euler, em suas cartas, exige que sejam o ponto de vista do exame da *Monadologia.* Ao contrário, elas são geradas precisamente com as qualidades geométricas que podem ser atribuídas às mônadas por uma geometria contínua, que não considere os infinitesimais gerados pela divisão.

Tomemos o caso das simples falácias que surgem do cálculo pelo método simples associado a L'Hôpital. Se usarmos a abordagem de L'Hôpital, não podemos igualar um infinitesimal a virtualmente nada; mas, no caso em que tentamos achar a tangente de uma descontinuidade, este infinitesimal se torna completamente indeterminado em um grau ponderável. Isto é, a indeterminação não é infinitesimal, não é marginalmente infinitesimal, mas de uma ordem de magnitude muito grande em relação à própria função. Assim, não existe problema do tipo que atribui Euler.

Assim, essa é outra maneira de olhar os limites da divisão geométrica, isto é, com relação à escala, micro-escala e escala astrofísica versus a escala ordinária de observação. O que chamamos de micro-escala, a escala microfísica ou a escala astrofísica, está associado às condições de contorno, que por sua vez estão associadas à geração de singularidades. O que tudo isto envolve, mais especificamente, é algo tornado mais claro sucessivamente pelo trabalho de Leonardo da Vinci, Kepler, Huygens, Leibniz *et al.,* nos séculos XVII e XVIII.

Huygens, por exemplo, no seu tratamento do relógio de pêndulo, mostra o papel da ciclóide e isto naturalmente se estende a todo o período; as funções da tautócrona, isócrona, braquistócrona mostram que a lei universal e a determinação do tempo com respeito a ela são determinadas por estas funções não-algébricas. A implicação disto é que a noção cartesiana de extensão, espaço, tempo e matéria não existe. Pelo contrário, o espaço-tempo físico com uma curvatura definida é o que *existe*, bem como a significação da astrofísica, da microfísica e das condições de contorno que, ostensiva ou putativamente, ou seja o que for, separam os três domínios um do outro (ou cada um dos dois domínios extremos do domínio da simples observação) e que envolvem a geração de singularidades.

O outro aspecto disso, eu o afirmei anteriormente e preciso enfatizar novamente: a característica de uma mônada, na colocação de Leibniz e como eu a situei na pequena comunicação oral prévia sobre este assunto, é que ela é uma universalidade; ela é o mínimo no qual está implicitamente imerso o máximo. Esta relação de mínimo para máximo é demonstrada imediatamente do contexto do diálogo *Parmênides*, pela demonstração do caráter neguentrópico da mônada. Isto sabemos, do ponto de vista da razão humana, ao examinar a natureza da própria razão humana, ou a sua natureza eficiente e, portanto, existente. O fato de que sejamos capazes de mudar a densidade populacional potencial da humanidade por meio do progresso científico e tecnológico, isto é, por meio de processos neguentrópicos e não-lineares de descoberta criativa, demonstra que este processo de descoberta eficientemente expressa é existente e, portanto, é *razão*.

Assim, quando olhamos para o homem como uma mônada, corporificando a *razão* neste sentido de existência efetiva, definimos assim uma relação entre o indivíduo mortal, uma mônada, e o Universo como um todo e com o Criador - a reflexão do Criador, a *imago viva Dei*. Esta mônada neguentrópica, ou seja, nós, a razão criadora individual, torna-se o ponto de partida para o entendimento das mônadas em geral. Este é o ponto de vista de Leibniz.

Cartas 13-15

Estamos agora lidando com o ataque de Euler ao princípio da razão suficiente.

Bem, a primeira coisa a observar na crítica de Euler como um todo, particularmente quando - o que se deve enfatizar bastante - chegamos a esta questão da razão suficiente, é o problema da ontologia. Não é acidental que Euler comece toda esta discussão sobre a extensão com o problema da ontologia e confirme ser a divisibilidade infinita, como corolário da extensão, uma qualidade da substância, uma condição necessária, uma propriedade universal, de realidade ontológica.

O melhor ponto de vista para se analisar criticamente este ponto é reconhecer o argumento desenvolvido por Platão no dialógo *Parmênides*. Platão antecipa, com efeito, todo este argumento de Euler e outros, mostrando por meio de antinomias o absurdo inexaurível da idéia de simples extensão - e o faz mostrando que simples métodos dedutivos, que são métodos lineares, assim como o método da extensão simples - não podem definir a substância. Ele o faz com o belo e irônico método indicado, referindo a *transformação* como a chave de todo o negócio. Assim, não é na extensão, mas sim na *transformação no processo de extensão* que se localiza a realidade ontológica eficiente.

O que Euler faz é negar a eficiência das mônadas, exceto como *deus ex machina* - o argumento cartesiano. Ele diz, por exemplo, na tradução para o inglês de Brewster: "Nesta filosofia tudo é espírito, fantasma e ilusão; quando não podemos compreender estes mistérios, é a nossa estupidez que mantém uma ligação com as noções grosseiras do vulgar". E, então, novamente (isto se encontra na 14) e na 15, ele o estende para incluir os poderes da alma: que as propriedades ideacionais são o mecanismo que os monadologistas dizem ser idéias eficientes. Mas sabemos exatamente que, com relação à transformação, as idéias, embora limitadas a imagens do espaço linear, não são eficientes.

Assim, portanto, concordando com Euler neste ponto por ele asseverado, demolimos o seu argumento, porque esta não é a questão. É por meio do processo criativo que os princípios científicos válidos são descobertos; e é nas mudanças de comportamento humano resultantes destas idéias que a mônada expressa a sua eficiência. Portanto, ela não é simplesmente uma idéia abstrata de movimento, esta é a idéia neste caso, esta é a idéia criadora, distinta da simples imagem mental de um objeto, que está em questão. Com isto ele concorda, dizendo que seria cair na escuridão ver a eficiência em uma mera idéia-imagem; ele evita o fato de não ser a idéia-imagem o que está em questão aqui, mas, como diz Platão no *Parmênides*, a *transformação*. A transformação, neste caso, é a mudança efetuada pela derrocada de um conjunto inteiro de hipóteses que controlam o comportamento humano, por meio da descoberta de um princípio válido e crucial da lei natural, mudando assim o comportamento humano, com o efeito de aumentar o poder per capita da espécie humana sobre o Universo.

Neste caso, a razão suficiente se aplica à descoberta e elaboração da descoberta desta característica neguentrópica da existência humana mortal individual. O fato de que os seres humanos têm esta capacidade é evidência suficiente da existência desta capacidade dentro de uma existência individual no Universo. O fato de que esta capacidade dentro de uma existência individual expresse uma coerência entre o máximo e do mínimo - isto é, o máximo no mínimo e o mínimo no máximo - é suficiente para demonstrar, contra Euler, que esta natureza da existência é uma generalidade, ou seja, um Máximo, dentro do Universo - generalidade, não no sentido de que toda existência seja imediatamente manifesta, mas que é geral no Universo e define a existência.

O diálogo *Parmênides* volta aqui à cena, ao mostrar o absurdo de qualquer noção de existência eficiente de um ponto de vista linear, o absurdo da noção de existência eficiente de qualquer outro ponto de vista que não seja o da transformação.

Seleções das cartas de Euler

Fonte: *Letters of Euler on Different Subjects in Natural Philosophy, Addressed to a German Princess* (David Brewster, ed., New York: Harper & Brothers, 1840).

Carta 8: Divisibilidade da extensão ao infinito

A controvérsia entre filósofos e geômetras modernos, à qual aludi, volta-se para a divisibilidade do corpo. Esta propriedade é indubitavelmente fundamentada na extensão; e é só na medida que os corpos são extensos que são divisíveis e capazes de serem reduzidos a partes.

Haveis de lembrar, que em geometria é sempre possível dividir uma linha, conquanto pequena, em duas partes iguais. Somos igualmente instruídos por aquela ciência no método de dividir uma linha pequena, como *ai* (Figura 19) em um número qualquer de partes iguais, à vontade: e a construção desta divisão está ali demonstrada para além da possibilidade de se duvidar de sua exatidão.

Tendes somente de desenhar uma linha AI paralela a *ai* de tamanho arbitrário e a qualquer distância que se queira, e dividi-la em tantas partes iguais AB, BC, CD, DE, etc. quantas a pequena linha dada deve ter, digamos oito. Desenhai em seguida, pelas extremidades A*a* e I*i* as linhas retas A*a*O, I*i*O, até que se encontrem no ponto O; e de O desenhai em direção aos pontos de divisão B, C, D, E, etc. as linhas retas OB, OC, OD, OE, etc., que dividirão igualmente a pequena linha *ai* em oito partes iguais.

Esta operação pode ser executada, por menor que seja a linha *ai* dada e por maior que seja o número de partes nas quais se propõe dividi-la. É verdade que na prática não se pode ir muito longe; as linhas que desenhamos sempre têm alguma largura, pelo que elas são confundidas à distância, como pode ser visto na Figura perto do ponto O; mas a questão não é o que pode ser possível de praticar, mas o que é em si possível. Bem, na geometria as linhas não têm largura

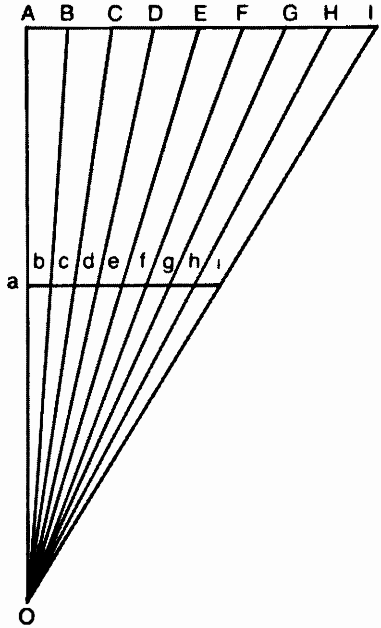

Figura 19

e conseqüentemente não podem jamais ser confundidas. Daí se segue que esta divisão é ilimitada.

Se for imediatamente admitido que uma linha pode ser dividida em mil partes, dividindo cada parte em duas ela será divisível em duas mil partes, e pela mesma razão em quatro mil e oito mil, sem jamais chegar em partes indivisíveis. Por menor que se suponha uma linha, ela ainda é divisível em metades, e cada metade novamente em duas, e cada uma destas analogamente, e assim por diante até o infinito.

O que falei de uma linha é facilmente aplicável a uma superfície e, com maior força do argumento, a um sólido dotado de três dimensões - comprimento, largura e espessura. Por isto se afirma que toda extensão é divisível ao infinito; e essa propriedade é denominada *divisibilidade ao infinito*.

Quem quer que se disponha a negar essa propriedade da extensão está sob a necessidade de manter que é possível chegar por fim a partes tão pequenas que não sejam suscetíveis de mais divisão, porque deixam de ter qualquer extensão. Contudo, todas estas partículas tomadas em conjunto devem reproduzir o todo, cuja divisão permitiu chegar nelas; e como a quantidade de cada uma seria um *nada* ou o *número 0*, uma combinação de números produziria quantidade, o que é manifestamente absurdo. Pois sabeis perfeitamente bem que em aritmética dois ou mais números juntados nunca produzem qualquer coisa.

Esta opinião, de que na divisão da extensão ou de qualquer outra quantidade, podemos chegar por fim a partículas tão pequenas que não mais sejam divisíveis, seja por que são tão diminutas, seja porque não mais existe a quantidade, é portanto uma posição absolutamente insustentável.

Para tornar seu absurdo mais sensível, suponhamos uma linha de uma polegada dividida em mil partes, e que estas partes sejam tão pequenas que não admitam divisão ulterior; cada parte, então, não teria mais comprimento, porque se o tivesse ainda seria divisível.. Cada partícula, então, seria em conseqüência um nada. Mas se estas mil partículas juntas constituem o comprimento de uma polegada, a milésima parte de uma polegada seria em conseqüência um nada; o que é igualmente absurdo, ao se manter que metade de qualquer quantidade seja nada. E se for absurdo afirmar que a metade de qualquer quantidade é nada, também é afirmar que a metade de uma metade, ou que a quarta parte da mesma quantidade é nada; e o que precisar ser concedido a um quarto precisa igualmente ser concedido com respeito à milésima ou milionésima parte. Finalmente, por mais longe que se possa ter já imaginado a divisão de uma polegada, é sempre possível levá-la mais adiante; e nunca se será capaz de levar a subdivisão tão longe que as últimas partes sejam absolutamente indivisíveis. Estas partes ficarão sem dúvida cada vez menores e sua magnitude se aproximará cada vez mais de 0, mas sem chegar lá.

O geômetra, portanto, tem razão ao afirmar que toda magnitude é divisível ao infinito; e que não se pode avançar na divisão de forma que seja impossível toda divisão ulterior. Mas é sempre necessário distinguir entre o que é possível em si e o que estamos em condição de realizar. Nossa prática é de fato extremamente limitada. Depois de, por exemplo, ter dividido uma polegada em mil partes, estas são tão pequenas que escapam de nosso sentido; e uma divisão ulterior ser-nos-ia sem dúvida impossível.

Mas tendes apenas de olhar para esta milésima parte de uma polegada através de um bom microscópio, que amplie, por exemplo, mil vezes, e cada partícula parecerá tão grande quanto uma polegada a olho nu; e vos convencereis da possibilidade de dividir cada uma destas partículas novamente em mil partes: o mesmo raciocínio pode sempre ser levado avante sem limite e sem fim.

É portanto uma verdade indubitável que toda magnitude seja divisível *in infinitum*; e que isso ocorra não só com respeito à extensão, que é o objeto da geometria, mas igualmente com respeito a toda outra espécie de quantidade, como o tempo e o número.

28 de abril de 1761

Carta 10: Das mônadas

Quando conversamos em público sobre assuntos filosóficos, a conversação costuma se voltar para assuntos que excitam disputas violentas entre filósofos.

A divisibilidade dos corpos é um deles, com respeito ao qual os sentimentos dos doutos se dividem bastante. Alguns mantêm que essa divisibilidade vai até o infinito, sem a possibilidade de jamais chegar a partículas tão pequenas que não possam mais sofrer divisão. Mas outros insistem que essa divisão se estende somente até um certo ponto, e que se pode então chegar a partículas tão diminutas que, não tendo magnitude, não serão mais divisíveis. Essas partículas últimas, que entram na composição dos corpos, são por eles denominadas de *seres simples* e *mônadas*.

Houve uma época em que a disputa a respeito das mônadas chamou muito a atenção geral e foi conduzida com tanto calor que forçou sua entrada na companhia de qualquer descrição, sem exceção até da do guarda-roupa. Praticamente não havia uma dama da corte que não tomasse uma parte decisiva em favor das mônadas ou contra elas. Em uma palavra, toda conversação era alimentada pelas mônadas - nenhum outro assunto podia ser admitido.

A Real Academia de Berlim encampou a controvérsia, e estando acostumada anualmente a propor uma questão para discussão e a conceder uma medalha de ouro no valor de cinqüenta ducados, para a pessoa que, no julgamento da Academia, tivesse dado a solução mais engenhosa, selecionou a questão a respeito das mônadas para o ano de 1748. Uma grande variedade de ensaios sobre o assunto foi correspondentemente produzida. O presidente, o Sr. de Maupertuis, nomeou uma comissão para examiná-los, sob a direção do falecido Conde Dohna, mordomo da Rainha, que, sendo um juiz imparcial, examinou com toda atenção imaginável os argumentos aduzidos tanto pró como contra a existência de mônadas. Em conclusão, decidiu-se que aqueles que queriam estabelecer sua existência eram tão fracos e quiméricos, que tendiam à subversão de todos os princípios do conhecimento humano. A questão estava portanto determinada em favor da opinião oposta e o prêmio foi adjudicado ao Sr. Justi, cujo ensaio foi considerado a mais completa refutação dos monadistas.

Pode-se facilmente imaginar quão violentamente essa decisão da Academia deve ter irritado os partidários das mônadas, encabeçados pelo celebrado Sr. Wolff. Seus seguidores, que eram então muito mais numerosos e atemorizadores do que no presente, exclamaram em altas vozes contra a parcialidade e injustiça da Academia; e seu chefe quase chegou a lançar o trovão de um anátema filosófico contra ela. Passo agora a recordar a quem devemos o cuidade de evitar esse desastre.

Como essa controvérsia fez um bocado de barulho, não ficareis desagradada, sem dúvida, se me demorar um pouco sobre ela. Tudo se reduz a esta simples questão, um corpo é divisível ao infinito? Ou, em outras palavras, a divisibilidade dos corpos tem algum limite, ou não? Já observei, sobre isto, que a extensão, geometricamente considerada, pode sempre ser divisível ao infinito; pois por menor que seja uma magnitude, é possível conceber a metade dela, e novamente a metade da metade, e assim por diante infinitamente.

Essa noção de extensão é muito abstrata, como o são as de todos os gêneros, como as do homem, do cavalo, da árvore, etc., na medida em que não são aplicadas a um indivíduo e ser determinado. Novamente, é princípio muito correto de todo nosso conhecimento, que o que quer que seja verdadeiramente afirmado do gênero deva ser verdadeiro para todos os indivíduos nele compreendidos. Se, portanto, todos os corpos são extensos, todas propriedades pertencentes à extensão devem pertencer a cada corpo em particular. Como todos corpos são extensos, e a extensão é divisível ao infinito, todo corpo deve portanto sê-lo. Este é um silogismo da melhor forma; e como a primeira proposição é indubitável, tudo que resta ser assegurado é que a segunda é verdadeira, isto é, se é verdade ou não que todos corpos são extensos.

Os partidários das mônadas, ao manter sua opinião, são obrigados a afirmar que os corpos não são extensos, mas têm apenas uma aparência de extensão. Eles imaginam que assim subvertem o argumento aduzido em apoio da divisibilidade *in infinitum*. Mas se o corpo não é extenso, deveria me contentar em saber de onde derivamos a idéia de extensão; pois se o corpo não é extenso, nada no mundo o é, e ainda menos o são os espíritos. Nossa idéia de extensão, portanto, deveria ser ao mesmo tempo imaginária e quimérica.

A geometria seria então uma especulação inteiramente inútil e ilusória, sem poder nunca admitir qualquer aplicação a coisas realmente existentes. Com efeito, se nada é extenso, para que serve investigar as propriedades da extensão? Mas como a geometria é fora de cogitação uma das ciências mais úteis, seu objeto não pode de forma alguma ser mera quimera.

Há uma necessidade então de admitir que o objeto da geometria é pelo menos a mesma extensão aparente que os filósofos concedem aos corpos; mas este próprio objeto é divisível ao infinito: portanto os seres existentes dotados dessa aparente extensão devem necessariamente ser extensos.

Finalmente, deixemos os filósofos se voltarem para o lado que desejarem em apoio de suas mônadas, ou aquelas partículas últimas e diminutas desvestidas de qualquer magnitude, das quais, segundo eles, todos corpos são compostos, eles ainda hão de mergulhar em dificuldades das quais não consigam se livrar. Eles estão certos ao dizer que é uma prova de estupidez ser incapaz de saborear sua doutrina suprema; pode-se contudo observar que aqui a maior estupidez é a mais bem sucedida.

5 de maio de 1761